

提取空间拟合椭圆模型的中心坐标算法

范昌胜¹, 李 斌¹, 陈新庄²

(1. 陕西工商职业学院工程与建筑学院, 陕西 西安 710119; 2. 西北工业大学理学院应用数学系, 陕西 西安 710072)

摘 要:采用古塔每一层8个观测点的坐标, 给出了解决各层中心位置坐标的通用方法. 先用一个平面对原始观测数据进行空间平面拟合, 把原本三维的问题降低到二维来考虑, 使得原本的空间曲面问题简化成了平面问题. 然后在该平面上建立局部坐标系, 通过坐标变换得到观测点在局部坐标系下的坐标. 再利用椭圆曲线拟合这8个观测点, 得到椭圆的方程, 椭圆的中心即为该塔层的中心. 最后利用坐标逆变换得到在原始坐标系下的中心坐标. 仿真实验和实验表明, 该算法可以用来解决空间建筑物的中心位置进行标定的问题. 算法比其它的算法具有速度快和推广价值高等优点.

关键词:坐标变换; 拟合方程; 最小二乘法; 空间椭圆曲线; 中心提取

中图分类号: TP391.9

文献标志码: A

文章编号: 2095-4271(2020)01-0041-08

Algorithm for extracting center position of fitted space ellipse model

FAN Chang - sheng¹, LI Bin¹, CHEN Xin - zhuang²

(1. School of Engineering and Architecture, Shaanxi Vocational and Technical College, Xi'an 710119, P. R. C. ;

2. Department of Applied Mathematics, School of Science, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, P. R. C.)

Abstract: The coordinates of 8 observation points in each layer of the ancient tower are used to give a general method for solving the coordinates of the center position of each layer. Firstly, the spatial plane fitting of the original observation data is performed by a plane, and the original three - dimensional problem is reduced to two - dimensional, so that the original spatial surface problem is simplified into a planar problem. Then, a local coordinate system is established on the plane, and coordinates of the observation point in the local coordinate system are obtained by coordinate transformation. Then the elliptic curve is used to fit the eight observation points to obtain the elliptic equation. The center of the ellipse is the center of the tower layer. Finally, the coordinate of the original coordinate system is obtained by inverse coordinate transformation. Simulation experiments and experiments show that the algorithm can be used to solve the problem of calibration of the center position of space buildings. The algorithm of this paper has the advantages of faster speed and higher promotion value than other algorithms.

Key words: coordinate transformation; fitting equation; least squares method; spatial elliptic curve; center extraction

1 研究现状及分析

作为古代高层建筑代表之一的砖石古塔, 为研究古代建筑技术和古建筑史提供了丰富的物质素材. 受古代

收稿日期: 2018-06-10

作者简介: 范昌胜(1979-), 男, 山东汶上人, 讲师, 研究方向: 最优化方法及科学工程计算

基金项目: 陕西省教育厅 2017 年专项科学研究计划课题 (17JK0059); 陕西省教育厅 2017 年重点科学研究计划(17JZ011)

建筑技术水平的限制以及地质条件恶化、载荷、风力等外力作用下,大多数砖石古塔均存在不同程度的结构损坏和倾斜、弯扭变形问题,“十塔九斜”已成为公认的事实^[1].为保护古塔,首先需要对古塔的变形形式和变形量进行观测,为古塔的纠偏等保护措施提供依据.其中,确定古塔各层的中心位置是研究的重要课题^[2].由于古塔的内底层与顶层之间通常无通视条件,而塔内各层的中心点坐标也无法直接获取,目前只能采用间接方法测量其中心点坐标^[3-4].通常会在古塔的每一层选取了若干个参考点,根据这些观测数据,再确定古塔各层中心位置.

当前经常用的椭圆检测预定位算法中,国内外比较被认可的有:胡志晓^[3]使用了间接测量古塔底层中心和顶层中心的方法,但是未对坐标系下曲线和曲面的进行转换,中心位置点的坐标存在准确性不足等缺陷.闫蓓等^[6]人采用随机理论的思想,先随机选取 6 个点拟合椭圆,然后计算与此椭圆匹配的所有样本点个数.重复此过程一定次数,采用投票机制,匹配样本点多的椭圆即为最优椭圆,构造了一种快速准确剔除误差较大样本点的改进椭圆拟合算法.李良福^[5]等提出了一种有效的基于随机 Hough 变换的椭圆检测算法(RED),实现了利用最小二乘法进行椭圆拟合的检测方法,解决了二维对图像中的多个椭圆进行实时而且高精度检测的难题.安新源等人^[7-8]提出了一种非线性最小二乘来拟合椭圆,用来提取人眼图像中瞳孔技术,但在参数计算较为复杂和运算效率不高.ZHOU J,SHI Z, FU Q^[9]提出了一种使用射击和弹跳射线技术,提取复杂目标的三维(3-D)中心模型的技术.首先基于单视 ISAR 算法生成目标的 3-D 逆合成孔径雷达图像.然后使用图像处理算法从三维 ISAR 图像中提取三维中心位置.Kyung - Tae Kim, Hyo - Tae Kim^[10]提出了一种使用雷达数据来估计二维图形中心的新技术.该技术利用多个模块网络优化来找到目标中心的二维位置.该方法可以有效地估算目标上的二维图形的中心.Nair 等提出的基于 Hough 变换的椭圆检测方法以及对它的改进^[11].这种算法在极坐标下进行 Hough,能在复杂的环境下提取椭圆,但复杂度大,运算效率低^[12-13].

问题的本质在于如何利用已知的 m 个参考点的坐标求出古塔中心位置的坐标.由于塔的截面外围形状一般为正多边形,参考点的位置一般取在正多边形的顶点位置附近,故而存在一个外接圆同时经过这 m 个参考点.可以考虑用一个空间圆曲线来拟合这 m 个参考点,从而获得中心点坐标.事实上,由于塔身受到外载荷,塔的截面外围形状往往发生变形,截面外接圆也压缩成一个椭圆,因此需要用一个空间椭圆曲线来拟合实际测量到的 m 个参考点.难点就在于如何建立空间椭圆曲线的拟合方程,以及如何求解拟合参数.

由上述分析,我们设计了古塔中心提取算法.

2 基于坐标变换的空间椭圆模型中心提取算法

2.1 基于最小二乘法的空间平面拟合方法

考虑一般情况下,假设原始观测点为 $P_i (i = 1, 2, \dots, m)$,用一空间平面 π_1 对原始观测点 P_i 进行最小二乘拟合.不妨设平面 π_1 的方程为^[3]:

$$Ax + By + Cz + 1 = 0.$$

设原始观测点的坐标为 $x = (x_1, x_2, \dots, x_m)^T$, $y = (y_1, y_2, \dots, y_m)^T$, $z = (z_1, z_2, \dots, z_m)^T$,则该拟合表示成如下矩阵形式:

$$(x \ y \ z) \begin{pmatrix} A \\ B \\ C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}.$$

两边同时左乘 $(x \ y \ z)^T$,得:

$$\begin{pmatrix} \sum x_i^2 & \sum x_i y_i & \sum x_i z_i \\ \sum x_i y_i & \sum y_i^2 & \sum y_i z_i \\ \sum x_i z_i & \sum y_i z_i & \sum z_i^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A \\ B \\ C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\sum x_i \\ -\sum y_i \\ -\sum z_i \end{pmatrix}.$$

求得拟合系数 A、B、C:

$$\begin{pmatrix} A \\ B \\ C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sum x_i^2 & \sum x_i y_i & \sum x_i z_i \\ \sum x_i y_i & \sum y_i^2 & \sum y_i z_i \\ \sum x_i z_i & \sum y_i z_i & \sum z_i^2 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} -\sum x_i \\ -\sum y_i \\ -\sum z_i \end{pmatrix}.$$

2.2 空间平面法向量及空间坐标变换

平面 π_1 的法向量为 $\vec{n} = (A, B, C)^T$, 平面 π_1 与平面 π_2 之间的夹角 π_2 为法向量 $\vec{n} = (A, B, C)^T$ 与 $\vec{m} = (0, 0, 1)^T$ 之间的夹角, 故

$$\theta = \arccos \frac{|C|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}.$$

旋转原始坐标系 $O - xyz$, 使得 z 轴与平面 π_1 的法向量 \vec{n} 重合. 此坐标变换可以看作两次旋转轴变换, 第一次绕 x 轴旋转 $\theta_1 = \arccos \frac{C}{\sqrt{B^2 + C^2}}$, 第二次绕 y 轴旋转 $\theta_2 = \arctan \frac{A}{\sqrt{B^2 + C^2}}$, 从 $O - xyz$ 系变换到 $O_1 - x''y''z''$ 系的坐标变换^[1]为:

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta_2 & 0 & -\sin\theta_2 \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\theta_2 & 0 & \cos\theta_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta_1 & -\sin\theta_1 \\ 0 & \sin\theta_1 & \cos\theta_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta_2 & -\sin\theta_1 \cos\theta_2 & -\cos\theta_1 \sin\theta_2 \\ 0 & \cos\theta_1 & -\sin\theta_1 \\ \sin\theta_2 & \sin\theta_1 \cos\theta_2 & \cos\theta_1 \cos\theta_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}.$$

反之, 逆变换为:

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta_2 & -\sin\theta_1 \cos\theta_2 & -\cos\theta_1 \sin\theta_2 \\ 0 & \cos\theta_1 & -\sin\theta_1 \\ \sin\theta_2 & \sin\theta_1 \cos\theta_2 & \cos\theta_1 \cos\theta_2 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix}.$$

2.3 椭圆方程的拟合方法及中心提取

由于塔身在变形前观测点处于同一水平面上, 假设 π_2 就是这个平面, 并且观测点 P_i 在水平面 π_2 上对应的位置分别为 P_i' ($i = 1, 2, \dots, m$), 那么 P_i' ($i = 1, 2, \dots, m$) 必在一个正八边形的外接圆上. 而 P_i ($i = 1, 2, \dots, m$) 是 P_i' ($i = 1, 2, \dots, m$) 在平面 π_1 上的投影, P_i ($i = 1, 2, \dots, m$) 在一个椭圆上, 且椭圆的短轴与长轴长度之比为 $\cos\theta$. 设椭圆的方程为:

$$x^2 + \cos^2\theta \cdot y^2 + ax + \cos^2\theta \cdot by + c = 0.$$

通过空间坐标变换求出 P_i ($i = 1, 2, \dots, m$) 在 $O_1 - x''y''z''$ 坐标系中的坐标为 $x' = (x_1', x_2', \dots, x_m')^T$, $y' = (y_1', y_2', \dots, y_m')^T$, 则拟合该椭圆方程可表示为如下矩阵形式:

$$\begin{pmatrix} -x' & -\cos^2\theta \cdot y' & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (x_1')^2 + \cos^2\theta \cdot (y_1')^2 \\ \vdots \\ (x_m')^2 + \cos^2\theta \cdot (y_m')^2 \end{pmatrix}.$$

两边同时左乘 $(-x' \quad -\cos^2\theta \cdot y' \quad -1)^T$, 得:

$$\begin{pmatrix} \sum x_i^2 & \sum \cos^2\theta \cdot x_i y_i & \sum x_i \\ \sum \cos^2\theta \cdot x_i y_i & \sum \cos^4\theta \cdot y_i^2 & \sum \cos^2\theta \cdot y_i \\ \sum x_i & \sum \cos^2\theta \cdot y_i & n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\sum x_i(x_i^2 + \cos^2\theta \cdot y_i^2) \\ -\sum \cos^2\theta \cdot y_i(x_i^2 + \cos^2\theta \cdot y_i^2) \\ -\sum x_i^2 + \cos^2\theta \cdot y_i^2 \end{pmatrix}.$$

求得拟合系数

$$\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sum x_i^2 & \sum \cos^2\theta \cdot x_i y_i & \sum x_i \\ \sum \cos^2\theta \cdot x_i y_i & \sum \cos^4\theta \cdot y_i^2 & \sum \cos^2\theta \cdot y_i \\ \sum x_i & \sum \cos^2\theta \cdot y_i & n \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} -\sum x_i(x_i^2 + \cos^2\theta \cdot y_i^2) \\ -\sum \cos^2\theta \cdot y_i(x_i^2 + \cos^2\theta \cdot y_i^2) \\ -\sum x_i^2 + \cos^2\theta \cdot y_i^2 \end{pmatrix}.$$

拟合椭圆中心坐标为 $O_1' = \left(-\frac{a}{2}, -\frac{b}{2}\right)$, 设椭圆中心的 z 坐标为 z' , 通过空间坐标逆变换, 求得关于 z' 的在原始坐标系下的中心坐标 $O_1 = (x_0, y_0, z_0)$, 再将 (x_0, y_0, z_0) 代入平面 π_1 方程, 解得 z' 和 z_0 , (x_0, y_0, z_0) 即是该层塔中心位置.

3 模型的求解

3.1 实例分析及数学模型的建立

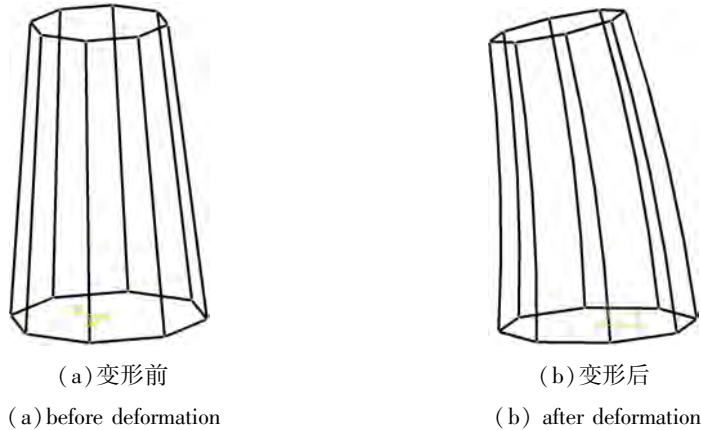


图 1 塔身受载前后变形对比示意图

Fig. 1 Schematic diagram of the deformation of the tower

观察图 1 可以推测, 塔身的截面形状大致为正八边形, 其外接圆的直径大约为 10 ~ 12m, 而观测的参考点恰选取在正八边形的各个顶点附近. 同时, 由于受到复杂的外载荷以及恶劣地质条件的影响, 塔身已发生明显的倾斜. 如图 1 所示, 这种倾斜应当理解为弯曲, 即塔身受到弯矩作用, 其外表面有拉压应力的存在, 而内应力必然导致结构的弹性变形^[14]. 因此, 塔身的截面不再保持水平, 并且截面的外接圆也不再是完美的圆形.

考虑一个空间椭圆曲线与水平面呈一定夹角 θ , 用这样的椭圆曲线方程来拟合 8 个空间参考点, 以此椭圆曲线的中心点作为塔层的中心位置点. 利用塔的每一层已知的 8 个观测点 $P_i (i = 1, 2, \dots, 8)$ 的坐标确定古塔各层中心位置的坐标. 根据 8 个观测点的空间位置, 合理推测塔的横截面为正八边形, 因此其截面外围存在一个外接圆 C . 首先用一个空间平面 π_1 来拟合这 8 个观测点, 得到拟合平面的方程及法向量 \vec{n} . 考虑到塔身受载变形后, 横截面挤压变形, 其截面外围的外接圆 C 变成椭圆 C' , 且该椭圆位于 π_1 平面上. 然后在 π_1 平面上建立局部坐标系, 通过坐标变换得到 $P_i (i = 1, 2, \dots, 8)$ 在局部坐标系下的坐标. 然后利用椭圆曲线拟合这 8 个观测点, 得到椭圆的方程, 椭圆的中心即为该塔层的中心, 利用坐标逆变换得到在原始坐标系下的中心坐标.

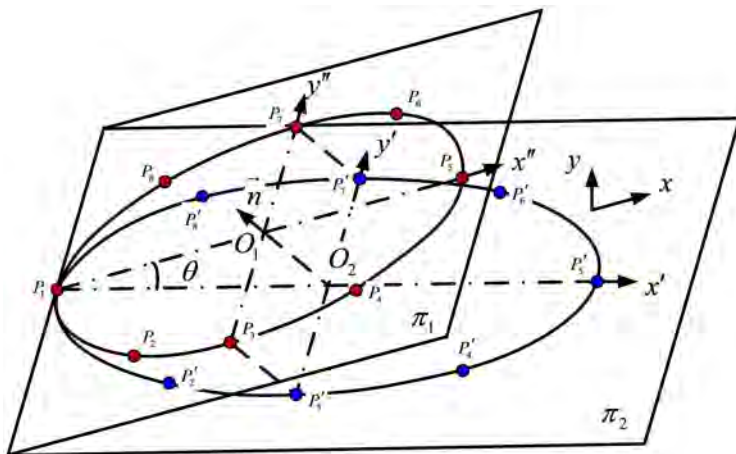


图 2 空间椭圆拟合模型

Fig.2 Spatial ellipse fitting model

如图 2 示,以塔身的某一层为例,建立空间椭圆曲线拟合模型,得到该层的中心点坐标,其他层的中心坐标同理可得.

3.2 算法的实现

以 1986 年观测的第一层数据为例,计算其层中心位置坐标. 观测的 $P_1 \sim P_8$ 的坐标如表 1 所示(已做坐标平移处理).

表 1 第一层观测点坐标(1986 年观测)

Table 1 Coordinates of the first layer of observation points (observed in 1986)

点	坐标		
	x/m	y/m	z/m
1	15.454	28.012	1.792
2	12.058	25.544	1.818
3	11.39	21.447	1.783
4	13.782	18.108	1.769
5	17.941	17.407	1.772
6	21.255	19.857	1.77
7	21.938	23.953	1.794
8	19.5	27.356	1.801

首先设拟合平面 π_1 方程为 $Ax + By + Cz + 1 = 0$, 原始观测点的坐标为 $x = (x_1, x_2, \dots, x_8)^T$, $y = (y_1, y_2, \dots, y_8)^T$, $z = (z_1, z_2, \dots, z_8)^T$, 该拟合表示成如下形式:

$$\begin{pmatrix} x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ x_8 & y_8 & z_8 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A \\ B \\ C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ \vdots \\ -1 \end{pmatrix}$$

两边同时左乘 $(x \ y \ z)^T$, 得:

$$\begin{pmatrix} 2339 & 3028 & 238 \\ 3028 & 4244 & 325 \\ 238 & 325 & 25.6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A \\ B \\ C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -133.3 \\ -181.7 \\ -14.30 \end{pmatrix}.$$

求得拟合系数 A、B、C:

$$\begin{pmatrix} A \\ B \\ C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2339 & 3028 & 238 \\ 3028 & 4244 & 325 \\ 238 & 325 & 25.6 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} -133.3 \\ -181.7 \\ -14.30 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5.1105 \times 10^{-4} \\ 1.9397 \times 10^{-3} \\ -0.57935 \end{pmatrix}.$$

所以平面 π_1 的方程为:

$$-5.1105 \times 10^{-4}x + 1.9397 \times 10^{-3}y - 0.57935z + 1 = 0.$$

其法向量

$$\vec{n} = (A, B, C)^T = (-5.1105 \times 10^{-4}, 1.9397 \times 10^{-3}, -0.57935)^T.$$

平面 π_1 与平面 π_2 之间的夹角为

$$\theta = 0.003462 \approx 0.1984^\circ.$$

为了使原始坐标系的 z 轴与法向量 \vec{n} 重合,需要依次绕 x 轴和 y 轴旋转的角度分别为:

$$\theta_1 = 0.003348 \approx 0.19183^\circ$$

$$\theta_2 = 0.000882 \approx 0.0505^\circ.$$

因此从 $O - xyz$ 系变换到 $O_1 - x''y''z''$ 系的坐标变换为:

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -0.00335 & -0.00088 \\ 0 & 1 & -0.00335 \\ 0.00088 & 0.00335 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}.$$

其逆变换为:

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0.00335 & 0.00088 \\ 0 & 1 & 0.00335 \\ -0.00088 & -0.00335 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix}.$$

通过空间坐标变换求出 $P_i (i = 1, 2, \dots, 8)$ 在 $O_1 - x''y''z''$ 坐标系中的坐标如表 2 所示.

表 2 坐标变换后的第一层观测点坐标(1986 年观测)

Table 2 Coordinates of the first layer of observations after coordinate transformation (observed in 1986)

点	坐标		
	x/m	y/m	z/m
1	15.35863	28.00584	1.899409
2	11.97087	25.53777	1.91415
3	11.31662	21.44091	1.864844
4	13.71981	18.10198	1.841774
5	17.88115	17.40097	1.846096
6	21.18695	19.85096	1.855222
7	21.85621	23.94686	1.893538
8	19.40681	27.34982	1.909782

设椭圆的方程为 $x^2 + \cos^2\theta \cdot y^2 + ax + \cos^2\theta \cdot by + c = 0$, 则拟合该方程可表示为如下矩阵形式^[15]:

$$\begin{pmatrix} -x'_1 & -\cos^2\theta \cdot y'_1 & -1 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ -x'_8 & -\cos^2\theta \cdot y'_8 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (x'_1)^2 + \cos^2\theta \cdot (y'_1)^2 \\ \vdots \\ (x'_8)^2 + \cos^2\theta \cdot (y'_8)^2 \end{pmatrix}.$$

两边同时左乘 $(-x' \quad -\cos^2\theta \cdot y' \quad -1)^T$, 得:

$$\begin{pmatrix} 2318.43 & 3012.69 & 132.70 \\ 3012.69 & 4242.17 & 181.63 \\ 132.70 & 181.63 & 8 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -112711 \\ -154321 \\ -6560.6 \end{pmatrix}.$$

求得拟合系数

$$\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2318.43 & 3012.69 & 132.70 \\ 3012.69 & 4242.17 & 181.63 \\ 132.70 & 181.63 & 8 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} -112711 \\ -154321 \\ -6560.6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -33.17497 \\ -45.40562 \\ 761.09762 \end{pmatrix}.$$

所拟合椭圆中心坐标为 $O_1' = (-\frac{a}{2}, -\frac{b}{2}) = (16.58749, 22.70281)$, 设椭圆中心的 z 坐标为 z' , 对

$(16.58749, 22.70281, z')$ 进行逆变换:

$$\begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0.00335 & 0.00088 \\ 0 & 1 & 0.00335 \\ -0.00088 & -0.00335 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 16.58749 \\ 22.70281 \\ z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 16.66354 + 0.00088z' \\ 22.70281 + 0.00335z' \\ -0.09065 + z' \end{pmatrix}.$$

将 (x_0, y_0, z_0) 代入平面 π_1 方程

$$-5.1105 \times 10^{-4}x + 1.9397 \times 10^{-3}y - 0.57935z + 1 = 0,$$

解得 $z' = 1.90745$, 从而 $(x_0, y_0, z_0) = (16.6652, 22.7028, 1.7874)$. 将坐标平移回到观测坐标系, 即该层塔的中心点坐标为 $(566.6652, 522.7028, 1.7874)$.

各次测量的古塔各层中心坐标如表 3

表 3 古塔各层中心坐标(1986 年观测)

Table 3 Center coordinates of the various layers of the ancient tower (observed in 1986)

层	坐标		
	x/m	y/m	z/m
1	566.5875	522.7028	1.787375
2	566.6346	522.6447	7.32025
3	566.6832	522.5871	12.75525
4	566.7198	522.5401	17.07825
5	566.7618	522.489	21.7205
6	566.3341	522.4015	26.23513
7	566.2622	522.358	29.83688

8	566.1815	522.3139	33.35088
9	566.0856	522.268	36.85488
10	566.1523	522.4464	40.17213
11	566.0685	522.3588	44.44088
12	565.9374	522.2959	48.71188
13	565.638	522.0383	52.83429

1996年、2009年、2011年对应各层中心的坐标,可以类似得出,这里省略。

4 模型评价

1)在求解各层中心位置点坐标时,先用一个平面对原始观测数据进行空间平面拟合,把原本三维的问题降低到二维来考虑,使得原本的空间曲面问题简化成了平面问题。

2)考虑到了塔身受载变形后截面形状的变化,采用椭圆模型对观测数据点进行拟合,更符合实际情况,拟合结果更加准确。同时对原始观测的坐标点进行坐标变换,使得数据点可以用一个标准椭圆方程来拟合,简化了构造椭圆方程的形式。

3)本算法可以用来解决空间建筑物的中心位置进行标定的问题。不仅解决了如何采用常规测量仪器和测量方法进行古塔倾斜观测的难题,而且也适用于其他三维空间的建筑变形观测(如圆形构筑物、高层建筑等)。

仿真实验和实验表明,本文算法比其它的算法具有速度快和推广价值高等优点,算法总体时间复杂度为 $O(n^2)$ 。在求取椭圆的过程中有效剔除杂质点,准确度得到提高的同时,系统的鲁棒性也得到增强。

参考文献

- [1] 张炜,徐磊. 陕西省古塔现状调查及研究[J]. 文博, 2012(2): 64-70.
- [2] 卢俊龙. 湿陷性黄土地区砖石古塔纠偏技术研究[D]. 西安:西安建筑科技大学,2005.
- [3] 胡志晓. 古塔倾斜观测和数据分析[J]. 江苏建筑,2011,6: 34-37.
- [4] 黄人堂,卫启云. GPS在应县木塔变形监测网中的应用研究[J]. 北京测绘,2000(2): 28-33.
- [5] 李良福,冯祖仁,贺凯良. 一种基于随机Hough变换的椭圆检测算法研究[J]. 模式识别与人工智能,2005,18(4): 459-461.
- [6] 闫蓓,王斌,李媛. 基于最小二乘法的椭圆拟合改进算法[J]. 北京航空航天大学学报,2008,34(3): 295-298.
- [7] 安新源,周宗潭,胡德文. 椭圆拟合的非线性最小二乘方法[J]. 计算机工程与应用,2009,45(18): 188-190.
- [8] BHALLA R, LING H. Three-dimensional scattering center extraction using the shooting and bouncing ray technique[J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 1996, 44(11): 1445-1453.
- [9] ZHOU J, SHI Z, FU Q. Three-dimensional scattering center extraction based on wide aperture data at a single elevation[J]. IEEE Trans Geoscience and Remote Sensing, 2015, 53(3): 1638-1655.
- [10] KIM K T, KIM H T. Two-dimensional scattering center extraction based on multiple elastic modules network[J]. IEEE transactions on antennas and propagation, 2003, 51(4): 848-861.
- [11] NAIR P S, SAUNDERS JR A T. Hough transform based ellipse detection algorithm[J]. Pattern Recognition Letters, 1996, 17(7): 777-784.
- [12] ZHOU F, CHEN Q, ZHANG G. Composite image processing for center extraction of structured light stripe[J]. Journal of Optoelectronics. Laser, 2008, 11: 024.
- [13] CHEN T C, CHUNG K L. An efficient randomized algorithm for detecting circles[J]. Computer Vision and Image Understanding, 2001, 83(2): 172-191.
- [14] 尤承业. 解析几何[D]. 北京:北京大学出版社,2004.
- [15] 周建兴,等. Matlab入门到精通[M]. 北京:人民邮电出版社,2009年.

(责任编辑:张阳,付强,李建忠,罗敏;英文编辑:周序林)